Имеются следующие выборочные данные по предприятиям одной из отраслей промышленности региона в отчётном году (выборка 20%-ная механическая):

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № предприя-тияп/п | выпуск продук-ции, млн.руб | фонд заработ-ной платы, млн.руб | средне-списочная числен-ность работни-ков, чел | № предприя-тия п/п | выпуск продук-ции, млн.руб | фонд заработ-ной платы, млн.руб | средне-списочная числен-ность работни-ков, чел |
| 1 | 36,45 | 11,34 | 162 | 16 | 36,936 | 11,502 | 162 |
| 2 | 23,4 | 8,112 | 156 | 17 | 53,392 | 16,356 | 188 |
| 3 | 46,54 | 15,036 | 179 | 18 | 41 | 12,792 | 164 |
| 4 | 59,752 | 19,012 | 194 | 19 | 55,68 | 17,472 | 192 |
| 5 | 41,415 | 13,0135 | 165 | 20 | 18,2 | 5,85 | 130 |
| 6 | 26,86 | 8,523 | 158 | 21 | 31,8 | 9,858 | 152 |
| 7 | 79,2 | 26,4 | 220 | 22 | 39,204 | 11,826 | 162 |
| 8 | 54,72 | 17,1 | 190 | 23 | 57,128 | 18,142 | 193 |
| 9 | 40,424 | 12,062 | 163 | 24 | 28,44 | 8,848 | 158 |
| 10 | 30,21 | 9,54 | 159 | 25 | 43,344 | 13,944 | 168 |
| 11 | 42,418 | 13,694 | 167 | 26 | 70,72 | 23,92 | 208 |
| 12 | 64,575 | 21,32 | 205 | 27 | 41,832 | 13,28 | 166 |
| 13 | 51,612 | 16,082 | 187 | 28 | 69,345 | 22,356 | 207 |
| 14 | 35,42 | 10,465 | 161 | 29 | 35,903 | 10,948 | 161 |
| 15 | 14,4 | 4,32 | 120 | 30 | 50,22 | 15,81 | 186 |

**Задание 1**

Признак - уровень производительности труда (рассчитайте как отношение выпуска продукции к среднесписочной численности работников). Число групп-5

**Решение**

Рассчитаем уровень производительности труда(П), как отношение выпуска продукции к среднесписочной численности работников:

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | П | № п/п | П | № п/п | П |
| 1 | 0,225 | 11 | 0,254 | 21 | 0,209211 |
| 2 | 0,15 | 12 | 0,315 | 22 | 0,242 |
| 3 | 0,26 | 13 | 0,276 | 23 | 0,296 |
| 4 | 0,308 | 14 | 0,22 | 24 | 0,18 |
| 5 | 0,251 | 15 | 0,12 | 25 | 0,258 |
| 6 | 0,17 | 16 | 0,228 | 26 | 0,34 |
| 7 | 0,36 | 17 | 0,284 | 27 | 0,252 |
| 8 | 0,288 | 18 | 0,25 | 28 | 0,335 |
| 9 | 0,248 | 19 | 0,29 | 29 | 0,223 |

i=0.315-0.12 /5=0.048 млн.руб.

1=0,12 – 0,168 2=0,168 – 0,216 3=0,216 – 0,264 4=0,264 – 0,312 5=0,312 – 0,36 ;

Таблица 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | интервалы | № предприятия | уровень производительности труда | фонд заработной платы, млн.руб. |
| 1 | 0,12 – 0,168 | 2 | 0,15 | 8,112 |
| 15 | 0,12 | 4,32 |
| 20 | 0,14 | 5,85 |
| **итого** | **3** | **0,41** | **18,282** |
| 2 | 0,168 – 0,216 | 6 | 0,17 | 8,532 |
| 10 | 0,19 | 9,54 |
| 24 | 0,18 | 8,848 |
| 21 | 0,2 | 9,858 |
| **итого** | **4** | **0,74** | **36,778** |
| 3 | 0,216-0,264 | 1 | 0,225 | 11,34 |
| 3 | 0,26 | 15,036 |
| 5 | 0,251 | 13,035 |
| 9 | 0,248 | 12,062 |
| 11 | 0,254 | 13,694 |
| 14 | 0,22 | 10,465 |
| 16 | 0,228 | 11,502 |
| 18 | 0,25 | 12,792 |
| 22 | 0,242 | 11,826 |
| 25 | 0,258 | 13,944 |
| 27 | 0,252 | 13,28 |
| 29 | 0,223 | 10,948 |
| **итого** | **12** | **2,911** | **149,924** |
| 4 | 0,264 – 0,312 | 4 | 0,308 | 19,0,12 |
| 8 | 0,288 | 17,1 |
| 13 | 0,276 | 16,082 |
| 17 | 0,284 | 16,356 |
| 19 | 0,29 | 17,472 |
| 23 | 0,296 | 18,142 |
| 30 | 0,27 | 15,81 |
| **итого** | **7** | **2,012** | **100,962** |
| 5 | 0,312-0,36 | 7 | 0,36 | 26,4 |
| 12 | 0,315 | 21,32 |
| 26 | 0,34 | 23,92 |
| 28 | 0,335 | 22,356 |
| **итого** | **4** | **1,35** | **93,996** |
| **всего** | **30** | **7,423** | **399,942** |

Построим статический ряд распределения организаций (предприятий) по признаку уровень производительности труда

Таблица 4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № интервалов | интервалы | число предприятий |
| в абсолютном выражении | в относительных единицах, % |
| 1 | 0,036-0,0528 | 3 | 10 |
| 2 | 0,0528-0,0696 | 6 | 20 |
| 3 | 0,0696-0,0864 | 12 | 40 |
| 4 | 0,0864-0,1032 | 5 | 16,7 |
| 5 | 0,1032-0,12 | 4 | 13,3 |
| **итого** | **30** | **100** |

Вывод: данные группировки показывают, что 60% предприятий выпустило продукцию свыше 0,696 млн.руб.

2. Построим графики полученного ряда распределения. Графически определим значения моды и медианы.

Мо

ме

1. Рассчитаем характеристики интервального ряда распределения: среднюю арифметическую, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, моду и медиану.

Таблица 4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| интервалы | число предприятийf | расчётные показатели |
| середина интервала x | x\*f | x-x'x’=∑xf/∑f | (x-x')2 | (x-x')2 \*f |
| 0,12-0,16 | 3 | 0,144 | 0,432 | -0,104 | 0,010816 | 0,0324 |
| 0,168-0,216 | 4 | 0,192 | 0,768 | -0,056 | 0,003136 | 0,0125 |
| 0,216-0,264 | 12 | 0,24 | 2,88 | -0,008 | 0,000064 | 0,000768 |
| 0,264 – 0,312 | 7 | 0,288 | 2,016 | 0,04 | 0,0016 | 0,0112 |
| 0,312 – 0,36 | 4 | 0,336 | 1,344 | 0,088 | 0,007744 | 0,0397 |
| **итого** | **30** | **х** | **7,44** | **х** | **х** | **0,0879** |

Среднее арифметическое X’=∑x\*f/∑f =7.44/30=0.248

Среднее квадратическое отклонение Δ2=∑(x-x’)2\*f /∑f=0,0879/30=0,00293

Коэффициент вариации Δ=\/∑(x-x’)2\*f /∑f=0,054

M0=Xm0+Im0\* Fm0 –Fm0-1/ (Fm0-Fm0-1) + (Fm0-Fm0+1) =0.216+0.048\* (12-3/12--7)=0.3024;

Медиана Me= Xme +Ime\* 0.5\*∑f - Sme-1 / ∑fme= 0.216+0.048\* 0.5\*30- 7/ 12=0.248;

1. Вычислим среднюю арифметическую по исходным данным, сравним её с аналогичным показателем, рассчитанным в п.3 для интервального ряда распределения. Объясним причину их расхождения.

X’=∑x/n=7.423/30=0.2474;

Вывод: метод средней арифметической простой и временной допускается некоторая неточность, поскольку делается предположение о неравномерности распределения единиц признака 5 групп. Ошибка будет тем меньше, чем уже интервал и чем больше единиц в интервале.

**Задание 2**

По исходным данным:

1. Установим наличие и характер связи между признаками уровнем производительности труда и среднегодовой заработной платой, образовав заданное одинаковое число групп по обоим признакам с равными интервалами, методами:

а) аналитической группировки;

б) корреляционной таблицы.

Решение:

Среднегодовая заработная плата находится как отношение фонда заработной платы к среднесписочной численности работников;

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | уровень производительности труда | Среднегодовая заработная плата | №п/п | уровень производительности труда | Среднегодовая заработная плата |
| 1 | 0,225 | 0,07 | 16 | 0,228 | 0,071 |
| 2 | 0,15 | 0,052 | 17 | 0,284 | 0,087 |
| 3 | 0,26 | 0,084 | 18 | 0,25 | 0,078 |
| 4 | 0,308 | 0,098 | 19 | 0,29 | 0,091 |
| 5 | 0,251 | 0,07887 | 20 | 0,14 | 0,045 |
| 6 | 0,17 | 0,053943 | 21 | 0,2 | 0,062 |
| 7 | 0,36 | 0,12 | 22 | 0,242 | 0,073 |
| 8 | 0,288 | 0,09 | 23 | 0,296 | 0,094 |
| 9 | 0,248 | 0,074 | 24 | 0,18 | 0,056 |
| 10 | 0,19 | 0,06 | 25 | 0,258 | 0,083 |
| 11 | 0,254 | 0,082 | 26 | 0,34 | 0,115 |
| 12 | 0,315 | 0,104 | 27 | 0,252 | 0,08 |
| 13 | 0,276 | 0,086 | 28 | 0,335 | 0,108 |
| 14 | 0,22 | 0,065 | 29 | 0,223 | 0,068 |
| 15 | 0,12 | 0,036 | 30 | 0,27 | 0,085 |

Hзп=0,12-0,036/ 5=0,0168 млн.руб.

Интервалы:

1=0,036-0,0528 2=0,0528-0,0696 3=0,0696-0,0864 4=0,0864-0,1032 5=0,1032-0,12

А) аналитической группировки;

Таблица 5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | группы предприятий по уровню производительности труда | № предприятия | уровень производительности ируда | среднегодовая заработная плата |
| А | Б | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 0,12 – 0,168  | 2 | 0,15 | 0,052 |
|     |    | 15 | 0,12 | 0,036 |
| 20 | 0,14 | 0,045 |
| **итого** | **3** | **0,41** | **0,133** |
| 2       | 0,168 – 0,216       | 6 | 0,17 | 0,053 |
| 10 | 0,19 | 0,06 |
| 21 | 0,2 | 0,062 |
| 24 | 0,18 | 0,056 |
| 14 | 0,22 | 0,65 |
| 29 | 0,223 | 0,085 |
| **итого** | **6** | **1,183** | **0,966** |
| 3             | 0,216 – 0,264            | 1 | 0,225 | 0,07 |
| 3 | 0,26 | 0,084 |
| 5 | 0,851 | 0,0788 |
| 9 | 0,248 | 0,074 |
| 11 | 0,254 | 0,082 |
| 16 | 0,228 | 0,071 |
| 18 | 0,25 | 0,078 |
| 22 | 0,242 | 0,073 |
| 25 | 0,258 | 0,083 |
| 27 | 0,252 | 0,08 |
| 13 | 0,276 | 0,086 |
| 30 | 0,27 | 0,085 |
| **итого** | **12** | **3,614** | **0,9448** |
| 4      | 0,264 – 0,312      | 4 | 0,308 | 0,098 |
| 8 | 0,288 | 0,09 |
| 17 | 0,284 | 0,087 |
| 19 | 0,29 | 0,091 |
| 23 | 0,296 | 0,094 |
| **итого** | **5** | **1,466** | **0,46** |
| 5    | 0,312 – 0,36    | 7 | 0,36 | 0,12 |
| 12 | 0,315 | 0,104 |
| 26 | 0,34 | 0,115 |
| 28 | 0,335 | 0,108 |
| **итого** | **4** | **1,35** | **0,447** |
| **всего** | **30** | **7,44** | **2,9508** |

По данным рабочей таблицы строим числовую аналитическую таблицу.

Зависимость среднегодовой заработной платы от уровня производительности труда

Таблица 6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | группы предприятий по уровню производительности труда | число предприя-тий | уровень производительности труда | среднегодовая заработная плата |
| всего | средний уровень производительности | всего | средняя заработная плата |
| А | Б | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0,12 – 0,168 | 3 | 0,41 | 0,136667 | 0,133 | 0,044333 |
| 2 | 0,168 – 0,216 | 4 | 1,183 | 0,29575 | 0,966 | 0,2415 |
| 3 | 0,216 – 0,264 | 12 | 3,614 | 0,301 | 0,9448 | 0,0786 |
| 4 | 0,264 – 0,312 | 7 | 1,466 | 0,209 | 0,46 | 0,065 |
| 5 | 0,312 – 0,36 | 4 | 1,35 | 0,3375 | 0,447 | 0,111 |
| итого | 30 | 7,44 | 1,2768 | 2,9508 | 0,5411 |

Данные таблицы показывают, что с ростом уровня производительности труда среднегодовая заработная плата увеличивается. Следовательно между исследуемыми признаками существует прямая связь. Теснота связи может быть измерена корреляционным отношением.

Б) корреляционной таблицы;

Таблица 6

|  |  |
| --- | --- |
| уровень производительности труда | среднегодовая заработная плата |
| 0,036-0,0528 | 0,0528-0,0696 | 0,0696-0,0864 | 0,0864-0,1032 | 0,1032-0,12 | **итого** |
| 0,12 – 0,168 | 3 |  |  |  |  | **3** |
| 0,168 – 0,216 |  | 4 |  |  |  | **4** |
| 0,216 – 0,264 |  | 2 | 10 |  |  | **12** |
| 0,264 – 0,312 |  |  | 2 | 5 |  | **7** |
| 0,312 – 0,36 |  |  |  |  | 4 | **4** |
| **итого** | **3** | **6** | **12** | **5** | **4** | **30** |

Как видно из данных таблицы распределения числа предприятий произошло вдоль диагонали, проведённой из левого верхнего угла в правый нижний, т.е увеличение среднегодовой заработной платы. Характер концентрации растёт по диагонали корреляционной таблицы свидетельствует о наличии прямой тесной связи корреляционной связи между изучаемыми признаками.

Установим наличие и характер связи между уровнем производительности труда и среднегодовой заработной платой методом аналитической группировки.

1. Измерим тесноту корреляционной связи между названными признаками с использованием коэффициента детерминации и эпического корреляционного отношения.

Определим основное количество групповых дисперсий:

Δ2гр=∑(у-у’гр)2/n;

1. Δ2гр1=(0,052-0,044333)2+(0,036-0,044333)2+(0,045-0,044333)2/3=0,00006367;
2. Δ2гр2=0,00001;
3. Δ2гр3=0,0000364;
4. Δ2гр4=0,0000187;
5. Δ2гр5=0,0000383;

Определим среднюю внутригрупповых дисперсий:

Δвн 2=∑ Δi вн 2\*f /∑f= 0,00006367\*3 +0,00001\*6 +0,0000364\*12 +0,0000187\*5 +0,0000383\*4/30=0,00002973;

Определим межгрупповую дисперсию:

Δмеж 2=∑(Угр-У’общ)2f /∑f=(0,044-0,541)2\*3+(0,2415-0,541)2\*4+(0,0786-0,541)2\*12+(0,065-0,5411)2\*7+(0,111-0,5411)2\*4/30=0,199;

Определим общую дисперсию:

Δобщ 2=0,000029+0,199=0,1998;

Корреляционное отношение:

Ŋ=\/ Δмеж 2/ Δобщ 2=\/0,199/0,1998=\/0,837=0,997;

Вывод: связь между нашими признаками такая:

Ŋ2=0,997\*100%=99,7%;

Вариация средней заработной платы на 99,7% зависит от уровня производительности труда и на 0,3% зависит от вариаций прочих факторов.

**Задание 3.** По результатам выполнения задания 1 с вероятностью 0,954 определите:

1. Ошибку выборки среднего уровня производительности труда и границы, в которых будет находиться средняя производительность труда в генеральной совокупности;
2. Ошибку выборки доли организаций с уровнем производительности труда 312 и более тыс.руб. и границы, в которых будет находиться генеральная доля.

**РЕШЕНИЕ**

1. Х’=∑Xf/∑f=7.44/30=0.248;

Найдём дисперсию: δ2=∑(x-x’)2\*f /∑f=0,0879/30=0,00293;

Предельная ошибка выбора: /\ x’=t\*\/δ2/n (1-n/N) = 2\*\/0.00293/30(1-0.2)=0.01767;

Пределы: x’=x’±∆x’

0.248-0.01767≤x’≤0.248+0.01767;

0.23032≤x’≤0.26568;

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что генеральная средняя находится в пределах от 0.23032до 0.26568 млн.руб.

1. Выборочная доля: ∆P’=4/30=0,133=13,3%;

 q’=1-0,133=0,867;

дисперсия δ2=0,133\*0,867=0,1156;

предельная ошибка ∆p’=2\*\/(0,1156/30)\*(1-0,2)=0,111=11,1%;

пределы: p’=p’±∆p’;

13,3-11,1≤p’≤13.3+11,1;

2,2%≤p’≤24,4%;

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что для организаций с уровнем производительности труда 312 и более тыс.руб.находиться в пределах от 2,2% до 24,4%.

**Задание 4**. Имеются следующие данные по организации:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| показатели | Базисный период | Отчётный период |
| Выпуск продукции, млн.руб. | 14,4 | 15,8 |
| Среднесписочная численность работников, чел. | 130 | 125 |
| Среднегодовая стоимость ОПФ, млн.руб. | 16,0 | 18,0 |

Определите:

1. Уровень производительности труда, показатель эффективности использования основных производственных фондов (фондоотдачи), фондовооруженность труда за каждый период.
2. Абсолютное и относительное изменение всех показателей в отчётном периоде по сравнению с базисными.

Результаты расчётов представьте в таблице.

1. Взаимосвязь индексов фондоотдачи, фондовооруженности и производительности труда.
2. Абсолютное изменение выпуска продукции в результате изменения численности работников, производительности труда и обоих факторов вместе.

Сделайте выводы.

1. Уровень производительности (W)= выпуск продукции(ВП)/ ССЧ;

W0= 14.4/130=0.111 млн.руб.;

W1=15.8/125=0.1264 млн.руб.;

Фондоотдача(V)= ВП/Ф’;

V0=14.4/16=0.9;

V1=15.8/18=0.878;

Фондовооруженность(n)= среднегодовая стоимость ОПФ(Ф’) / ССЧ;

n0=16/130=0,123 млн.руб.;

n1=18/125=0.144 млн.руб.;

1. iw=w1/w0=0.1264/0.111=1.14;

∆w=w1-w0=0.1264-0.111=0.015;

in=n1/n0=0.144/0.123=1.171;

∆n=n1-n0=0.144-0.123=0.021;

iv=v1/v0=0.878/0.9=0.976;

∆v=v1-v0=0.878-0.9=-0.022;

1. iw= in\* iv=1.171\*0.976=1.142;
2. ∆ВП=(W1\* ССЧ1)-(W0\*ССЧ0)=(0.1264\*125)-(0.111\*130)=1.37 млн.руб.;

∆ВП(W)= (W1\* ССЧ1)-(W0\*ССЧ1)=(0.1264\*125)-(0.111\*125)=1.925 млн.руб.;

∆ВП(ССЧ)= (W0\* ССЧ1)-(W0\*ССЧ0)=(0.111\*125)-(0.111\*130)=-0,555 млн.руб.;

**Список используемой литературы:**

1. Гусоров В.М. Статистика: учебное пособие для вузов.-М.: Аудит, ЮНИТИ,1998.
2. Практикум по статистике: учебное пособие для вузов/под редакцией В.М. Симчеры -М.:ЗАО «Финстатинформ»,1999г.