Тема 10. ***Спектри сигналів при вузько смуговій та низько смуговій кутовій модуляції.***

Нехай задані два гармонійних коливання з постійними, але різними частотами

 (1)

причому

 Позначимо, що , тоді перепишемо рівняння (1):

 (2)

 З (2) видно, що коливання з постійною частотою можна розглядати як коливання з частотою , але з лінійно зростаючою початковою фазою

 Таким чином коли відомо, що за час t коливання «b» випередило по фазі по фазі коливання «a» на кут , то можна стверджувати , що на протязі вказаного відрізку часу частоти перевищувала частоту на величину

 Припустимо, що протягом часу t частота коливання «b» не була постійною, таким чином різниця , була функцією часу. Тому тепер для визначення фазового зсуву в момент часу t використаємо вираз:

 (3)

Повна фаза коливання «b» буде при цьому:

 (4)

Цей вираз справедливий коли В загальному випадку, коли заданий закон зміни миттєвої частоти коливання у вигляді функції , то повна фаза за час від 0 до t визначається за допомогою виразу:

 (4.1)

 Очевидне і зворотне твердження, коли за проміжок часу dt повна фаза коливання «b» відносно коливання «a» рівна , то частотне відхилення (різниця частот) в момент t рівна:

, (5)

 В загальному випадку, коли задана повна фаза коливання у вигляді функції:

 (6)

То миттєве значення частоти в момент t визначається виразом:

 (7)

Розглянемо тепер це все на прикладі модуляції, коли модулююча функція задана у вигляді:

 (8)

Не уточнюючи способу здійснення модуляції, припустимо, що частота генератора змінюється по закону:

 (9)

Тут - середня частота коливання (при відсутності модуляції)

 – середній коефіцієнт пропорційності, який визначає зв’язок між моделюючою напругою та змінами частоти генератора, – частота модуляції, – амплітуда частотного відхилення.

 *–* це є *девіація частоти*, чи просто девіація.

 Вираз для миттєвого значення коливання, частота якого змінюється по закону (9):

, де

 – знаходиться згідно виразу (4.1):

 (11)

Таким чином

 (12)

З виразу (12), видно що періодична модуляція частоти в межах частотою еквівалентна гармонічній варіації фази з тою частотою в межах кута Таким чином, амплітуда фази рівна:

 (13)

Відношення називають *індексом модуляції* і основним параметром кутової модуляції.

 Тепер припустимо, що частота стабільна, а фаза змінюється по закону:

 (14)

 коефіцієнт пропорційності, який визначає зв’язок між модулюючим сигналом та зміною фази коливаня;

 амплітуда зміни фази при модуляції.

 В даному випадку повна фаза коливання визначається сумою:

(15)

а миттєве значення коливання:

 (16)

Миттєва частота у відповідності з виразом (7) буде:

(17)

Враховуючи, що

*,* (18)

 Вираз (17) можна переписати у формі:

 (19)

 Таким чином як видно з виразу (19) та (9) за характером коливання і його властивостями неможна визначити з якою модуляцією маємо справу – частотною чи фазовою.

 Методи виявлення базуються на зміні частоти модуляції чи при одночасній модуляції смугою частот.

*Спектр коливань при гармонічній кутовій модуляції.*

 Запишемо вираз для миттєвого значення коливання , модульованого по частоті чи фазі частотою :

, (20)

(тут для спрощення - )

або в дещо зміненій формі:

 (21)

 Розглянемо спочатку властивості коливання при «неглибокій» модуляції, яка характеризується відносно невеликим значенням фазового відхилення, тобто індексом m<<1.

 В цьому випадку можна рахувати:

Підставляючи це у вираз (21), отримаємо:

 (22)

 Тобто з виразу (22) видно, що спектр коливання, модульованого по частоті чи по фазі, при малому значенні «» складається як і спектр амплітудно-модульованого коливання із несучої частоти та двох бокових частот – верхньої та нижньої .

*Спектр коливання при кутовій модуляції складним сигналом*

 Розглянемо модуляцію двома частотами, коли миттєва частота може бути записана у вигляді:

 (23)

 Повна фаза коливання в момент t буде:

, де

 та

Рівняння коливання, яке модульоване за частотою двома частотами, можна записати у вигляді:

Тобто, при одночасній модуляції двома частотами спектр містить наступні компоненти:

1. Несучу частоту
2. Бокові частоту та
3. Допоміжні бокові частоти виду , де p та n – довільні цілі числа