СОДЕРЖАНИЕ

Задача 1…………………………………………………………………….............3

Задача 2…………………………………………………………………………...13

Задача 3.…………………………………………………………………………..19

Список литературы………………………………………………………………22

Задание 1.

Приведены поквартальные данные о кредитах от коммерческого банка на жилищное строительство (в условных единицах) за 4 года (всего 16 кварталов, первая строка соответствует первому кварталу первого года).

Требуется:

1. Построить адаптивную мультипликативную модель Хольта-Уинтерса с учетом сезонного фактора, приняв параметры сглаживания *a1*=0,3; *a2*=0,6; *a3*=0,3.

2. Оценить точность построенной модели с использованием средней относительной ошибки аппроксимации.

3. Оценить адекватность построенной модели на основе исследования:

- случайности остаточной компоненты по критерию пиков;

- независимости уровней ряда остатков по *d*-критерию (критические значения d1=1,10 и d2=1,37) и по первому коэффициенту автокорреляции при критическом значении r1=0,32;

- нормальности распределения остаточной компоненты по *R/S*-критерию с критическими значениями от 3 до 4,21.

4. Построить точечный прогноз на 4 шага вперед, т.е. на 1 год.

5. Отразить на графике фактические, расчетные и прогнозные данные.

Решение.

Исходные данные:

Таблица 1

Цена акции за 16 кварталов (4 года)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Y(t) | 35 | 42 | 52 | 34 | 37 | 48 | 59 | 36 |
| t | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Y(t) | 41 | 52 | 62 | 38 | 46 | 56 | 67 | 41 |

Будем считать, что зависимость между компонентами тренд-сезонного временного ряда мультипликативная. Мультипликативная модель Хольта-Уинтерса с линейным ростом имеет следующий вид:

*Y*p*(t+k) = [ a(t) + k\*b(t) ] \* F(t+k-L)* (1)

где *k* – период упреждения,

*Y*p*(t)-* расчетное значение экономического показателя для *t*-го периода;

*a(t) , b(t)*  и *F(t)* коэффициенты модели, они адаптируются, уточняются по мере перехода от членов ряда с номером *t-1* к *t*;

*F(t+k-L)* – значение коэффициента сезонности того периода, для которого рассчитывается экономический показатель. *L* – период сезонности (для квартальных данных *L=4*, для месячных *L=12*). Таким образом, если по формуле 3.1 рассчитывается значение экономического показателя, например, за второй квартал, то *F(t+k-L)* как раз будет коэффициентом сезонности второго квартала предыдущего года.

Уточнение (адаптация к новому значению параметра времени *t*) коэффициентов модели производится с помощью формул:

*a(t) =1\* Y(t)/F(t-L) + (1 - 1) \* [ a(t-1)+b(t-1) ]* **(2)**

*b(t) =3\* [ a(t) – a(t-1) ] + (1 - 3) \* b(t-1)* **(3)**

*F(t)=2\*Y(t)/a(t)+(1-2)\*F(t-L)* **(4)**

Параметры сглаживания *α1 , α2*и*α3*подбирают путем перебора с таким расчетом, чтобы расчетные данные наилучшим образом соответствовали фактическим (то есть чтобы обеспечить удовлетворительную адекватность и точность модели).

Из формул 1 –4 видно, что для расчета *a(1)* и *b(1)* необходимо оценить значения этих коэффициентов для предыдущего период времени (то есть для *t=1-1=0*). Значения *a(0)* и *b(0)* имеют смысл этих же коэффициентов для четвертого квартала года, предшествующего первому году, для которого имеются данные в табл. 1.

Для оценки начальных значений a(0) и b(0) применим линейную модель к первым 8 значениям Y(t) из табл. 1. Линейная модель имеет вид:

Yp(t) = a(0) + b(0) \* t.

Метод наименьших квадратов дает возможность определить коэффициенты линейного уравнения *a(0)* и *b(0)* по следующим формулам:





*a(0) = Y*cp  - *b(0)\*t*



Применяя линейную модель к первым 8 значениям ряда из таблицы 1 (то есть к данным за первые 2 года), находим значения *a(0)*=39,21, *b(0)*=0,87

С учетом полученных коэффициентов линейное уравнение имеет вид: Yp(t) = 39,21 + 0.87 \* t. Из этого уравнения находим расчетные значения *Yp(t)* и сопоставляем их с фактическими значениями (таблица 3). Такое сопоставление позволяет оценить приближенные значения коэффициентов сезонности 1–4 кварталов *F(-3), F(-2), F(-1)* и *F(0)* для года, предшествующего первому году, по которому имеются данные в таблице 1. Эти значения необходимы для расчета коэффициентов сезонности первого года *F(1),* *F(2), F(3), F(4)*  и других параметров модели Хольта-Уинтерса.

Таблица 3

Сопоставление фактических данных *Y(t)* и рассчитанных по линейной модели значений *Yp(t)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Y(t) | 35 | 44 | 52 | 34 | 37 | 48 | 59 | 36 |
| Yp(t) | 40,08 | 40,95 | 41,82 | 42,69 | 43,56 | 44,43 | 45,3 | 46,17 |

Коэффициент сезонности есть отношение фактического значения экономического показателя к рассчитанному по линейной модели. Поэтому в качестве оценки коэффициента сезонности первого квартала *F(-3)* может служить отношение фактических и расчетных значений *Y(t)* первого квартала первого года, равное *Y(1)/Yp(1)* и такое же отношение для первого квартала второго года (то есть за пятый квартал *t*=5) *Y(5)/Yp(5).* Для окончательной, более точной оценки этого коэффициента сезонности можно использовать среднее арифметическое значение этих двух величин

***F(-3)****=[Y(1)/Yp(1)+Y(5)/Yp(5)]/2=[35/40,08+37/43,56]/2= =[0,8733+0,8494]/2****=****0,8614*

Аналогично находим оценки коэффициенты сезонности для второго, третьего и четвертого кварталов:

**F(-2)** = [ Y(2)/Yp(2) + Y(6)/Yp(6) ] / 2 = 1,0774

**F(-1)** = [ Y(3)/Yp(3) + Y(7)/Yp(7) ] / 2 = 1,2729

**F(0)** = [ Y(4)/Yp(4) + Y(8)/Yp(8) ] / 2 = 0,7881

Oценив значения *a(0), b(0),*а также*F(-3), F(-3), F(-3) и F(0)*,можно перейти к построению адаптивной мультипликативной модели Хольта-Уинтерса с помощью формул (1-4).

Путем перебора возможных значений параметров сглаживания, было установлено, что лучшими являются *α1 = 0,3; α2 = 0,6; α3 = 0,3.*

Рассчитаем значения *Yp(t), a(t), b(t)* и *F(t)* для *t=1.*

Из уравнения 1, полагая *t=0, k=1,* находим *Yp(1)*: Yp(0+1)=Yp(1)=[a(0)+1\*b(0)]\*F(0+1-4)=[a(0)+1\*b(0)]\*F(-3) =[ 39,21+ 1\* 0,87 ] \* 0,8614 = 34,48

Из уравнений 2-4, полагая t=1, находим:

a(1)=1\*Y(1)/F(-3)+(1-1)\*[a(0)+b(0)]=0.3\*35/0,8614+(1-0.3)\*[39,22+0,87 ]=40,27

b(1)=3\*[a(1)–a(0)]+(1-3)\*b(0)=0.3\*[40,27-39,22]+(1-0.3)\*0,87=0,92

F(1)=2\*Y(1)/a(1)+(1-2)\*F(-3)=0.6\* 35/40,27+(1-0.6)\* 0,86=0,87

Аналогично рассчитаем значения Yp(t), a(t), b(t) и F(t) для t=2

###### Yp(2)=[ a(1) + 1 \* b(1) ]\*Fo(-2)=[ 40,27+1\*0,92 ] \* 1,08 =44,49

a(2)=1\*Y(2)/F(-2)+(1-1)\*[a(1)+b(1)]=0.3\*44/1,08+0.7\*[40,27+0,92]=41,06 b(2)=3\*[a(2)–a(1)]+(1-3)\*b(1)=0.3\*[ 41,06-40,27]+0.7\* 0,92=0,88

F(2)=2\*Y(2)/a(2)+(1-2)\*Fo(-2)=0.6\* 44/41,06+0.4\* 1,08=1,07

**д**ля t=3

###### Yp(3)=[ a(2)+1 \* b(2)]\*Fo(-1)=[41,06+1\*0,88 ]\*1,27=53,26

a(3)=1\*Y(3)/F(-1)+(1-1)\*[a(2)+b(2)]=0.3\*52/1,27+0.7\*[41,06+0,88]=41,64

b(3)=3\*[a(3)–a(2)]+(1-3)\*b(2)=0.3\*[ 41,64-41,06]+0.7\* 0,88=0,79

F(3)=2\*Y(3)/a(3)+(1-2)\*F(-1)=0.6\*52/41,64+(1-0.6)\*1,27=1,26

**д**ля t=4

###### Yp(4)=[ a(3)+1\*b(3)]\*F(0)=[41,64+1\*0,79 ]\*0,79=33,52

a(4)=1\*Y(4)/F(0)+(1-1)\*[a(3)+b(3)]=0.3\*34/0,79+0.7\*[41,64+0,79]=42,61

b(4)=3\*[a(4)–a(3)]+(1-3)\*b(3)=0.3\*[42,61-41,64]+0.7\* 0,79=0,84

F(4)=2\*Y(4)/a(4)+(1-2)\*F(0)=0.6\* 34/42,61+0.4\*0,79=0,79

**д**ля t=5

###### Yp(5)=[a(4)+1\*b(4)]\*F(1)=[42,61+ 1\*0,84]\*0.87=37.80

a(5)=1\*Y(5)/F(1)+(1-1)\*[a(4)+b(4)]=0.3\*37/0.87+0.7\*[42.61+0.84]=43.17

b(5)=3\*[a(5)–a(4)]+(1-3)\*b(4)=0.3\*[ 43.17-42.61]+0.7\* 0.84=0.76

F(5)=2\*Y(5)/a(5)+(1-2)\*F(1)=0.6\*37/43,17+(1-0.6)\*0,87=0,86

**д**ля t=6

###### Yp(6)=[a(5)+1\*b(5)]\*F(2)=[43.17+ 1\*0.76]\*1.07=47,01

a(6)=1\*Y(6)/F(2)+(1-1)\*[a(5)+b(5)]=0.3\*48/1.07+0.7\*[43.17+0.76]=44,21

b(6)=3\*[a(6)–a(5)]+(1-3)\*b(5)=0.3\*[ 44.21-43.17]+0.7\* 0.76=0,84

F(6)=2\*Y(6)/a(6)+(1-2)\*F(2)=0.6\*48/44.21+(1-0.6)\*1.07=1.08

**д**ля t=7

###### Yp(7)=[a(6)+1\*b(6)]\*F(3)=[44.21+ 1\*0.84]\*1.26=56,76

a(7)=1\*Y(7)/F(3)+(1-1)\*[a(6)+b(6)]=0.3\*59/1.26+0.7\*[44.21+0.84]=45.58

b(7)=3\*[a(7)–a(6)]+(1-3)\*b(6)=0.3\*[ 45.58-44.21]+0.7\* 0.84=0.99

F(7)=2\*Y(7)/a(7)+(1-2)\*F(3)=0.6\*59/45.58+(1-0.6)\*1.26=1.28

**д**ля t=8

###### Yp(8)=[a(7)+1\*b(7)]\*F(4)=[45.58+ 1\*0.99]\*0.79=36,79

a(8)=1\*Y(8)/F(4)+(1-1)\*[a(7)+b(7)]=0.3\*36/0.79+0.7\*[45.58+0.99]=46,27

b(8)=3\*[a(8)–a(7)]+(1-3)\*b(7)=0.3\*[ 46,27-45.58]+0.7\* 0.99=0.89

F(8)=2\*Y(8)/a(8)+(1-2)\*F(4)=0.6\*36/46,27+(1-0.6)\*0,79=0.78

Таблица 4

Модель Хольта-Уинтерса

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **Y(t)** | **a(t)** | **b(t)** | **F(t)** | **Yp(t)** | **Абсол. погр. E(t)** | **Относит. погр., %** |
| -3 |  |  |  |  |  |  |  |
| -2 |  |  |  |  |  |  |  |
| -1 |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 |  | 39,21 | 0,87 |  |  |  |  |
| 1 | 35 | 40,27 | 0,92 | 0,87 | 34,48 | 0,52 | 0,015 |
| 2 | 44 | 41,06 | 0,88 | 1,07 | 44,49 | -0,49 | 0,011 |
| 3 | 52 | 41,64 | 0,79 | 1,26 | 53,26 | -1,26 | 0,024 |
| 4 | 34 | 42,61 | 0,84 | 0,79 | 33,52 | 0,48 | 0,014 |
| 5 | 37 | 43,17 | 0,76 | 0,86 | 37,8 | -0,8 | 0,022 |
| 6 | 48 | 44,21 | 0,84 | 1,08 | 47,01 | 0,99 | 0,021 |
| 7 | 59 | 45,58 | 0,99 | 1,28 | 56,76 | 2,24 | 0,038 |
| 8 | 36 | 46,27 | 0,89 | 0,78 | 36,79 | -0,79 | 0,022 |
| 9 | 41 | 47,31 | 0,94 | 0,86 | 40,56 | 0,44 | 0,011 |
| 10 | 52 | 48,22 | 0,93 | 1,08 | 52,11 | -0,11 | 0,002 |
| 11 | 62 | 48,94 | 0,87 | 1,27 | 62,91 | -0,91 | 0,015 |
| 12 | 38 | 49,48 | 0,77 | 0,77 | 38,85 | -0,85 | 0,022 |
| 13 | 46 | 51,22 | 1,06 | 0,88 | 43,22 | 2,78 | 0,060 |
| 14 | 56 | 52,15 | 1,02 | 1,08 | 56,46 | -0,46 | 0,008 |
| 15 | 67 | 53,05 | 0,98 | 1,27 | 67,53 | -0,53 | 0,008 |
| 16 | 41 | 53,79 | 0,91 | 0,77 | 41,6 | -0,6 | 0,015 |

Для того, чтобы модель была качественной, уровни остаточного ряда *E(t)* (разности *Y(t)-Yp(t)* между фактическими и расчетными значениями экономического показателя) должны удовлетворять определенным условиям (точности и адекватнсти). Для проверки выполнения этих условий составим таблицу 4.

Будем считать, что условие точности выполнено, если относительная погрешность (абсолютное значение отклонения *abs{E(t)}* поделенное на фактическое значение *Y(t)* и выраженное в процентах *100%\*abs{E(t)}/Y(t)* ) в среднем не превышает 5%. Суммарное значение относительных погрешностей (см. гр. «Относит. погр., %» табл. 4) составляет 0,31, что дает среднюю величину 0,31/16 = 0,02%.

Следовательно, условие точности выполнено.

Для того, чтобы проверить случайность уровней остаточной компоненты (гр. 2 табл. 5) проводим на основе критерия поворотных точек. Для этого каждый уровень ряда *E(t)* сравниваем с двумя соседними. Если он больше (либо меньше) обоих соседних уровней, то точка считается поворотной и в гр. 3 табл. 5 для этой строки ставится 1, иначе в гр. 3 ставится 0. В первой и последней строке гр. 3 табл. 5 ставится прочерк или иной знак, так как у этого уровня нет двух соседних уровней.

Таблица 5

Промежуточные расчеты для оценки адекватности модели

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Квартал | Отклон | Точки | E(t)2 | [E(t)-E(t-1)]2 | E(t)\*E(t-1) |
| t | E(t) | поворота |  |  |  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0,52 | хххх | 0,27 | - | - |
| 2 | -0,49 | 0 | 0,24 | -1,01 | -0,25 |
| 3 | -1,26 | 1 | 1,59 | -0,77 | 0,62 |
| 4 | 0,48 | 1 | 0,23 | 1,74 | -0,60 |
| 5 | -0,80 | 1 | 0,64 | -1,28 | -0,38 |
| 6 | 0,99 | 0 | 0,98 | 1,79 | -0,79 |
| 7 | 2,24 | 1 | 5,02 | 1,25 | 2,22 |
| 8 | -0,79 | 1 | 0,62 | -3,03 | -1,77 |
| 9 | 0,44 | 1 | 0,19 | 1,23 | -0,35 |
| 10 | -0,11 | 0 | 0,01 | -0,55 | -0,05 |
| 11 | -0,91 | 1 | 0,83 | -0,80 | 0,10 |
| 12 | -0,85 | 0 | 0,72 | 0,06 | 0,77 |
| 13 | 2,78 | 1 | 7,73 | 3,63 | -2,36 |
| 14 | -0,46 | 0 | 0,21 | -3,24 | -1,28 |
| 15 | -0,53 | 0 | 0,28 | -0,07 | 0,24 |
| 16 | -0,60 | хххх | 0,36 | -0,07 | 0,32 |
| Сумма | 0,65 | 8 | 19,93 | -1,12 | -3,57 |

Общее число поворотных точек в нашем примере равно*р =* 8.

Рассчитаем значение  *q:*

 Функция intозначает, что от полученного значения берется только целая часть. При N = 16



Если количество поворотных точек *р* больше *q,* то условие случайности уровней выполнено. В нашем случае *р* = 8, *q* = 6, значит условие случайности уровней ряда остатков выполнено.

Проверку независимости уровней ряда остатков (отсутствия автокорреляции) проводим двумя методами:

а) по *d*-критерию Дарбина-Уотсона;

б) по первому коэффициенту автокорреляции r(1).

Проверка по d-критерию Дарбина-Уотсона.Для проверки по *d-*критерию Дарбина-Уотсона рассчитаем значение *d*



В случае если полученное значение больше 2, значит имеет место отрицательная автокорреляция. В таком случае величину *d* уточняют, вычитая полученное значение из 4, т.е.

*d = 4 – 2,33 = 1,67*

Полученное (или уточненное) значение *d* сравнивают с табличными значениями *d1*и *d2.*

*d1 = 1,10*

*d2 =1,37*

Т.к. *d2<d<2* , то уровни ряда остатков являются независимыми.

В нашем случае это условие выполнено, так как 1,37 < 1,67 < 2, следовательно, уровни ряда *E(t)* независимы.

Проверка по первому коэффициенту автокорреляции*r(1)***.**

Рассчитаем r(1) по формуле



rтабл. = 0,32

Если модуль рассчитанного значения первого коэффициента автокорреляции меньше критического значения | *r(1)* | < *rтаб* , то уровни ряда остатков независимы. Т.о.:

| r(1) | = -0,18 < rтаб = 0,32 значит уровни независимы.

Проверим соответствия ряда остатков нормальному распределению определяем по RS – критерию.Рассчитаем значение *RS:*

*RS = ( Emax – Emin ) / S*

где *Emax* - максимальное значение уровней ряда остатков *E(t)*

*Emin* - минимальное значение уровней ряда остатков *E(t)*

*S -* среднее квадратическое отклонение

*Emax* =2,78 *Emin* = - 1,26 , *Emax – Emin* = 2,78-(-1,26) = 4,04



*RS =*4,04/1,15 = 3,51

Полученое значение *RS* сравнивают с табличными значениями, которые зависят от количества точек *N* и уровня значимости. Для *N*=16 и 5% уровня значимости значение *RS* для нормального распределения должно находиться в интервале от 3,00 до 4,21

Так как 3,00 < 3,51 < 4,21, полученное значение *RS* попало в заданный интервал. Значит, уровни ряда остатков подчиняются нормальному распределению.

Таким образом, все условия адекватности и точности выполнены. Следовательно, можно говорить об удовлетворительном качестве модели и возможности проведения прогноза показателя *Yp(t)* на 4 квартала вперед.

Составим прогноз на 4 квартала вперед (т.е. на 1 год, с *t*=17 по *t*=20). Максимальное значение *t*, для которого могут быть рассчитаны коэффициенты *a(t), b(t)*  определяется количеством исходных данных и равно 16. Рассчитав значения *a(16)* и *b(16)*, по формуле 1 можно определить прогнозные значения экономического показателя *Yp(t)*. Для *t*=17 имеем:

Yp(17)=Yp(16+1)=[a(16)+1\*b(16)]\*F(16-+1-4)=[a(16)+1\*b(16)]\*F(13)=

= [ 53,79 + 1 \* 0,91]\* 0,88 = 48,14

Аналогично находим Yp(18), Yp(19) и Yp(20)

Yp(18)=Yp(16+2)=[a(16)+2\*b(16)]\*F(16-+2-4)=[a(16)+2\*b(16)]\*F(14)=

= [53,79 + 2 \* 0,91] \*1,08 = 60,06

Yp(19)=Yp(16+3)=[a(16)+3\*b(16)]\*F(16-+3-4)=[a(16)+3\*b(16)]\*F(15)=

= [53,79 + 3 \* 0,91] \* 1,27 = 71,78

Yp(20)=Yp(16+4)=[a(16)+4\*b(16)]\*F(16-+4-4)=[a(16)+4\*b(16)]\*F(16)=

= [53,79 + 4 \* 0,91 ] \* 0,77 = 44,22

На рис. 1 проводится сопоставление фактических и расчетных данных. Здесь же показаны прогнозные значения цены акции на 1 год вперед. Из рисунка видно, что расчетные данных хорошо согласуются с фактическими, что говорит об удовлетворительном качестве прогноза.



Задание 2.

Даны цены (открытия, максимальная, минимальная и закрытия) за 10 дней. Интервал сглаживания принять равным пяти дням. Рассчитать:

- экспоненциальную скользящую среднюю;

- момент;

- скорость изменения цен;

- индекс относительной силы;

- %R, %K и %D.

Расчеты проводить для всех дней, для которых эти расчеты можно выполнить на основании имеющихся данных.

Решение.

Исходные данные:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Дни | Цены | | |
| Макс. | Мин. | Закр. |
| 1 | 718 | 660 | 675 |
| 2 | 685 | 601 | 646 |
| 3 | 629 | 570 | 575 |
| 4 | 585 | 501 | 570 |
| 5 | 598 | 515 | 523 |
| 6 | 535 | 501 | 506 |
| 7 | 555 | 500 | 553 |
| 8 | 580 | 540 | 570 |
| 9 | 580 | 545 | 564 |
| 10 | 603 | 550 | 603 |

С помощью мастера диаграмм построим гистограмму (биржевую диаграмму):



Экспоненциальную скользящую среднюю рассчитываем по формуле:

EMAt = k\*Ct+(1-k)\*EMAt-1, где

k = 2/(n+1).

При I = 6,…,10, n = 5, k = 2/(n+1) = 1/3, значение EMA5 принимается равные средней цене закрытия за 1-5 дни.

EMA5 = 597,8

EMA6 = 1/3 х 506 + (1-1/3)х 597,8 = 567,51

EMA7 = 1/3 х 553 + (1-1/3)х 567,51 = 562,72

EMA8 = 1/3 х 570 + (1-1/3)х 562,72 = 565,12

EMA9 = 1/3 х 564+ (1-1/3)х 565,12 = 564,75

EMA10 = 1/3 х 603+ (1-1/3)х 564,75 = 577,37

Расчеты занесем в таблицу 6:

Таблица 6

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дни | Цены закр. | Эксп. сред. |
| 1 | 675 |  |
| 2 | 646 |  |
| 3 | 575 |  |
| 4 | 570 |  |
| 5 | 523 | 597,8 |
| 6 | 506 | 567,51 |
| 7 | 553 | 562,72 |
| 8 | 570 | 565,12 |
| 9 | 564 | 564,75 |
| 10 | 603 | 577,37 |

Построим графики цены закрытия и экспоненциальной средней:



Для вычисления момента (МОМ) используется формула:

MOMt=Ct – Ct-5, где

Ct – цена закрытия t-го дня.

MOM6 = 506 – 675 = - 169

MOM7 = 553 – 646 = - 93

MOM8 = 570 – 575 = -5

MOM9 = 564- 570 = -6

MOM10 = 603 – 523 = 80

Рассчитаем скорость изменения цен с помощью формулы:

****

ROC6 = 506/675х100 = 74,96

ROC7 = 553/646х100 = 85,6

ROC8 = 570/575х100 = 99,13

ROC9 = 564/570х100 = 98,95

ROC10 = 603/523х100 = 115,29

Для расчета индекса относительной силы применяется формула:

RSIi=100-, где

AU – сумма приростов конечных цен за n последних дней;

AD – сумма убыли конечных цен за n последних дней.

Вычислим при i = 6,…,10 формулы AUi – сумма повышения за предшествующие 5 дней, ADi – сумма понижения за предшествующие 5 дней.

AU6 = 0 AD6 = 169

AU7 = 47 AD7 = 140

AU8 = 64 AD8 = 69

AU9 = 64 AD9 = 70

AU10 = 103 AD10 = 23

Вычислим индекс относительной силы:

RSI6 = 100 – (100\ 1+(0\169)) = 0

RSI7 = 100 – (100\ 1+(47\140)) = 25,13

RSI8 = 100 – (100\ 1+(64\69)) = 48,12

RSI9 = 100 – (100\ 1+(64\70)) = 47,76

RSI10= 100 – (100\ 1+(103\23)) = 81,75

Расчеты занесем в таблицу 7:

Таблица 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дни | MOM | ROC | AU | AD | RSI |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |
| 6 | -169 | 74,96 | 0 | 169 | 0 |
| 7 | -93 | 85,6 | 47 | 140 | 25,13 |
| 8 | -5 | 99,13 | 64 | 69 | 48,12 |
| 9 | -6 | 98,95 | 64 | 70 | 47,76 |
| 10 | 80 | 115,29 | 103 | 23 | 81,75 |

Построим графики MOM,ROC,RSI:



При расчете схоластических линий используются максимальные и минимальные цены. Рассчитаем схоластические линии по формулам:

%Kt = 100\*(Ct – L5) / (H5 – L5), где

%Kt – значение индекса текущего дня t,

Ct – цена закрытия текущего дня t,

L5 и H5 – минимальная и максимальная цены за 5 предшествующих дней, включая текущий.

%K5 = 100\*22/217 = 10,14

%K6 = 100\*5/184 = 2,72

%K7 = 100\*53/129 = 41,09

%K8 = 100\*70/98 = 71,43

%K9 = 100\*64/98 = 65,31

%K10 = 100\*103/103 = 100

%Rt = 100\*(H5 - Ct) / (H5 – L5), где

%Rt – значение индекса текущего дня t.

%R5 = 100\*195/217 = 89,86

%R6 = 100\*179/184 = 97,28

%R7 = 100\*76/129 = 58,91

%R8 = 100\*28/98 = 28,57

%R9 = 100\*34/98 = 469

%R10 = 100\*0/103 = 0

%D (вычисления проводятся при i=7,8,9,10) равен отношению сумм (Ct – L5) и (H5 – L5) за три предшествующих дня.

%D7 = (22+5+53)/(217+184+129)\*100 = 15,09

%D8 = (5+53+70)/(184+129+98)\*100 = 31,14

%D9 = (53+70+64)/(129+98+98)\*100 = 57,54

%D10 = (70+64+103)/(98+98+103)\*100 = 79,26

Результаты расчетов занесем в таблицу 8:

Таблица 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Ct | L5 | H5 | Ct-L5 | H5-L5 | H5-Ct | %K | %R | %D |
|  | 523 | 501 | 718 | 22 | 217 | 195 | 10,14 | 89,86 |  |
|  | 506 | 501 | 685 | 5 | 184 | 179 | 2,72 | 97,28 |  |
|  | 553 | 500 | 629 | 53 | 129 | 76 | 41,09 | 58,91 | 15,09 |
|  | 570 | 500 | 598 | 70 | 98 | 28 | 71,43 | 28,57 | 31,14 |
|  | 564 | 500 | 598 | 64 | 98 | 34 | 65,31 | 36,69 | 57,54 |
|  | 603 | 500 | 603 | 103 | 103 | 0 | 100 | 0 | 79,26 |
| Сумма | 3319 | 3002 | 3831 | 317 | 829 | 512 | 290,69 | 311,31 | 183,03 |

Задача 3

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***СУММА*** | ***ДАТА начальная*** | ***ДАТА конечная*** | ***ВРЕМЯ в днях*** | ***ВРЕМЯ в годах*** | ***СТАВКА*** | ***ЧИСЛО НАЧИСЛЕНИЙ*** |
| ***S*** | ***Tн*** | ***Tк*** | ***Tдн*** | ***Tлет*** | ***i*** | ***m*** |
| **7 600 000** | **21.01.09** | **08.04.09** | **90** | **9** | **20** | **4** |

Решение:

3.1 Банк выдал ссуду, размером S руб. Дата выдачи ссуды - Tн, возврата -Tк. День выдачи и день возврата считать за 1 день. Проценты рассчитываются по простой процентной ставке i% годовых.

Найди:

3.1.1) точные проценты с точным числом дней ссуды;

3.1.2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды

3.1.3)обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.

3.1.1) S = 7 600 000 , Аточное = 79, i = 0,2

S\*(Aточн./365)\*I = 7 600 000\*(79/365)\*0,2 = 3289863,01

3.1.2) S = 7 600 000, Аточное = 79, i = 0,2

S\*(Aточн./360)\*I = 7 600 000\*(79/360)\*0,2 = 333555,56

3.1.3)Априближ. = 80, S = 7 600 000, i = 0,2

S\*(Aприближ./360)\*I = 7 600 000\*(80/360)\*0,2 = 337777,78

3.2) Через Tдн  дней после подписания договора должник уплатит S руб. Кредит выдан под i% годовых (проценты обыкновенные). Какова первоначальная сумма и дисконт?

S = 7 600 000, Tдн  = 90, i = 0,2

P = S/(1+Tдн/360\*i) = 7 600 000 /( 1+90/360\*0,2) = 7238095,24

D = S - P = 7 600 000 - 7 238 095 = 361905,00

3.3. Через Tдн  дней предприятие должно получить по векселю S руб. Банк приобрел этот вексель с дисконтом. Банк учел вексель по учетной ставке i% годовых (год равен 360 дням). Определить полученную предприятием сумму и дисконт.

S = 7 600 000, Tдн  = 90, i = 0,2

P =S\*(1-i\*(Тдн/360)) = 7 600 000\*(1-0,2\*90/360) = 7 220 000

D = S\*i\*Тдн/360 = 7 600 000\*0,2\*90/360 = 380000

3.4. В кредитном договоре на сумму S руб. и сроком на Tлет лет, зафиксирована ставка сложных процентов, равная i% годовых. Определить наращенную сумму.

S = 7 600 000, Tлет  = 9, i = 0,2

S1 = 7 600 000 \* (1+i)Тлет = 7 600 000 \* (1+0,2)9= 39214330,68

3.5. Ссуда, размером S руб. предоставлена на Tлет. Проценты сложные, ставка - i% годовых. Проценты начисляются m раз в году. Вычислить наращенную сумму

P = 5 750 000, i = 0,2, m = 4, Tлет  = 9

S= P(1 + i/m)mn = 5 750 000(1 + 0,2/4)4х9 = 575000

3.6. Вычислить эффективную ставку процента, если банк начисляет проценты m раз в году, исходя из номинальной ставке i% годовых.

i = 0,2, m = 4,

iэ = (1 + i/m)m -1= (1 + 0,2/4)4-1 = 21.55%

3.7. Определить, какой должна быть номинальная ставка при начислении процентов m раз в году, чтобы обеспечить эффективную ставку i% годовых.

iном = [(1+ iэ)1/m-1]\*m = [(1+0.21)1/4 – 1]\*4 = 18.65%

3.8. Через Tлет.  предприятию будет выплачена сумма S руб. Определить ее современную стоимость при условии, что применяется сложная процентная ставка i% годовых.

P = 5750000, i = 0,2, Tлет  = 9

S = P(1 + i)Тлет = 5750000\*(1+0,2)9 = 29668737,02

3.9. Через Tлет  по векселю должна быть выплачена сумма S руб. Банк учел вексель по сложной учетной ставке i% годовых. Определить дисконт.

D = S – P = 7 600 000 – 5 750 000 = 1850000,00

3.10. В течение Tлет  лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по S руб., на которые m раз в году начисляются проценты по сложной годовой ставке i%. Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

S = 7 600 000, i = 0,2, m = 4, Tлет  = 9

7 600 000 х S(4) = 7 600 000 х ((1 + iэ)9 – 1) / iэ

iэ = 0.21 (из пункта 3.6)

S(4) = 7 600 000 х ((1 +0,21)9 – 1)/0,21 = 165 025 578,96

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горчакова А.А., Орлова И.В. Компьютерные экономико-математические модели. М.: ЮНИТИ, 1995.
2. Орлова И.В., Половников В.А., Федосеев В.В. Курс лекций по экономико-математическому моделированию. М.: Экономическое образование, 1993.
3. Половников В.А. Финансовая математика. М.: Вузовский учебник, 2004.
4. Экономико-математические методы и прикладные модели. М.: ЮНИТИ, 1999.
5. Лукашин Ю.П. Финансовая математика. М.: МЭСИ, 2000.